

1. Keskuskappaleiden massojen suhteet kiertoradoista

Muodosta likiarvo maan ja auringon massojen suhteelle käyttämällä ai-noastaan vuoden pituutta, kuukauden pituutta (27.3 päivää), maan ra-dan keskimääräistä sädettä ($149 \cdot 10^6$ km) ja kuun radan sädettä (380000 km).

2. Satelliitin rata

Kaasukehättömän planeetan (massa M , säde ρ) pinnalta ammutaan m ($m \ll M$) -massainen satelliitti kiertoradalle. Satelliitti nousee radalleen korkeudelle $h = R - \rho$ ja sille annetaan paikkavektoria vastaan kohtisuo-rassa oleva alkunopeus v .

a) Laske, että radan eksentrisyys ϵ alkunopeuden v funktiona on

$$\epsilon = \left| 1 - \frac{Rv^2}{GM} \right|.$$

Millä v :n arvoilla rata on ellipsi, ympyrä, paraabeli tai hyperbeli?

b) Osoita että ellipsiradalla R ja $R/(\frac{2GM}{Rv^2} - 1)$ antavat satelliitin lä-himmän ja kauimman etäisyyden planeetan keskipisteestä (ei vält-tämättä tässä järjestyksessä). *Vihje: nämä etäisyydet ovat $a \pm f$.*

3. Sironta kovasta pallosta

Tarkastellaan pistemäisten hiukkasten elastista sirontaa kiinnitetystä ko- vasta pallosta, jonka säde on R . Laske sironnan differentiaalinen- ja ko- konaisvaikutusala. (*Vastaus: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$, $\sigma = \pi R^2$.*)

4. Vetovoiman vaikutus törmäysvaikutusalaan

Osoita, että törmäysvaikutusala $\sigma_{\text{collision}}$ tapauksessa, jossa pistemäinen hiukkanen (massa m_1 , suhteellinen nopeus kaukana v_∞) törmää suureen palloon (säde R , massa $m_2 \gg m_1$), on

$$\sigma_{\text{collision}} = \pi R^2 + \frac{2\pi G m_2 R}{v_\infty^2},$$

missä G on gravitaatiovakio. *Vihje: törmäys tapahtuu jos pitemäisen hiukkasen radan lyhyin etäisyys voimakeskuksesta on pienempi kuin R .*