

MAA 26: Harjoituksia 6

1. Laske funktion $f(x, y) = x^2y$ gradientti. Muodosta suunnattu derivaatta kohdassa $(3,2)$ suuntaan $\hat{i} + 2\hat{j}$.
2. Mikä on edellisen tehtävän funktion suurimman suunnatun derivaatan arvo pisteessä $(3,2)$?
3. Mikä on ensimmäisen t
$$D_{\bar{e}}f = \nabla f \cdot \bar{e},$$
ehtävän funktion suunnattu derivaatta pisteessä $(3,2)$ suuntaan $-3\hat{i} + 4\hat{j}$?
4. Laske funktion $f(x, y) = xe^{xy} + y$ suunnattu derivaatta suuntaan $\theta = \frac{2\pi}{3}$ pisteessä $(2,0)$.
5. Olkoon $f(x, y, z) = xye^{x^2+z^2-5}$. Laske suunnattu derivaatta pisteessä $(1,3,-2)$ vektorin $\bar{v} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ suuntaan.
6. Laske funktion $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ suunnattu derivaatta pisteessä $(0,-2)$ vektorin $2\hat{i} + 2\hat{j}$ suuntaan.
7. Olet hiihtämässä vuorenrinteellä, joka sattuu olemaan juuri funktion $f(x, y) = 10 - x^2 - y^4$ muotoinen. Olet pisteessä $(1,1,8)$. Mihin suuntaan sinun tulee laskea, jos haluat laskea mahdollisimman jyrkkään rinteeseen?
8. Kärpänen lentee huoneessa, jonka lämpötila on jakautunut funktion $T(x, y, z) = x^2 + y^4 + 2z^2$ mukaisesti. Kärpänen on pisteessä $(1,1,1)$ ja huomaa olevansa kylmissään. Mihin suuntaan kärpäsen tulee lentää, jotta se pääsee mahdollisimman nopeasti kohti lämmintä?

Vastauksia:

1. $\frac{30}{\sqrt{5}}$
2. 15
3. 0
4. $\frac{5\sqrt{3}-1}{2}$
5. $\frac{-22}{\sqrt{6}}$
6. $-\frac{2}{3}$
7. Yksikkövektorin $\frac{1}{\sqrt{5}}\hat{i} + \frac{2}{\sqrt{5}}\hat{j}$ suuntaan
8. Yksikkövektorin $\frac{1}{3}\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$ suuntaan